

BÀI TẬP TỔNG HỢP
Ma trận - Định thức - Hệ phương trình tuyến tính

Bài 1. Tính các định thức sau:

a)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

b)
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

c)
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$$

d)
$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

e)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

f)
$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 5 & 2 \\ -4 & 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 5 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 9 \\ x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 15x_3 - 3x_4 = -9 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ -x_1 - x_3 + 5x_4 = 1 \end{cases}$$

Bài 3. Giải và biện luận các hệ phương trình sau theo m:

a)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + mx_3 + x_4 = m \\ x_1 + mx_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ mx_1 + mx_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -m \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + x_4 = -3 \\ -4x_1 - 5x_2 + mx_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_4 = m \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z - t = 1 \\ x + y - 2z + 4t = 1 \\ 3x + y + 2z + 4t = m \\ x + 6y + 5z - 3t = m + 1 \end{cases}$$

Đáp án: 1) a) 1; b) 160; c) 12; d) 4; e) -144; f) -527.

2) a) (2, 1, 0, -1); b) $x_1 = \frac{1}{17}(3x_3 - 13x_4)$; $x_2 = \frac{1}{17}(19x_3 - 20x_4)$;

c) $x_1 = -16 + x_3 + x_4$; $x_2 = 23 - 2x_3 - 2x_4$; d) VN;

e) $x_1 = -18 - 39x_3$; $x_2 = 7 + 16x_3$; $x_4 = 5 + 11x_3$; f) $\left(\frac{56}{144}, -\frac{8}{144}, \frac{65}{144}, \frac{53}{144}\right)$

3) a) $m = 3$: hệ vô nghiệm; $m = -1$: $x_1 = -x_4$; $x_2 = 1 - x_3$;

$m \notin \{-1; 3\}$: $\left(\frac{2(m-1)}{3-m}, \frac{m+1}{m-3}, \frac{2(m-1)}{m-3}, \frac{(m-1)^2}{3-m}\right)$ b) $m = 2$: hệ vô nghiệm;

$m \neq 2$: $\left(\frac{m^2 - 4m - 12}{2(m-2)}, \frac{-m^2 + 10m + 32}{6(m-2)}, \frac{m+6}{m-2}, \frac{m^2 - 16m - 20}{6(m-2)}\right)$

c) $m \neq \frac{3}{2}$: Hệ VN; $m = \frac{3}{2}$: $\left(\frac{5}{12} - 2t; \frac{5}{12}; t - \frac{1}{12}; t\right)$